

# Abaqus 对复合固体推进剂裂纹应力强度因子的计算

张 亚

(第二炮兵工程学院，西安，洪庆，710025)

**摘要：**Abaqus 功能强大的有限元软件，可以分析复杂的固体力学和结构力学系统，模拟非常复杂的模型，处理高度非线性问题。Abaqus 中对于一般线弹性材料裂尖的应力强度因子可以直接在历程变量中得到。而对于推进剂类似分析时要经历大变形的材料，计算的分析步中就要将几何非线性打开，此时在 Abaqus 的结果中不能直接得到所要求的应力强度因子，必须通过 J 积分得到，论文介绍了裂纹面位移法求解的应力强度因子的整个过程，同时计算了推进剂裂尖复合型的应力强度因子，并与理论值相比，计算结果为推进剂裂纹扩展试件的尺寸选择提供很好的参考。

**关键词：**Abaqus 有限元软件 几何非线性 复合型裂纹 应力强度因子

## Crack tip stress intensity factor computation of composite solid propellant by Abaqus

Zhang Ya

Xi'an Hi-Tech Institute No. 201 Faculty Xi'an 710025

**Abstract:** Abaqus software have very powerful function , it can do nonlinear problem easily. For normal linear elastic material stress intensity factor can be obtained in history output. However, for a lot of materials like solid propellant which undergo large deformation; we must set nogemo on, then we can't get stress intensity factor directly, we must calculate it from J integral. In this paper we give the whole course of crack face displacement method to compute stress intensity factor, accordingly we calculate the crack tip mixed mode stress intensity factor in composite solid propellant, and compare with theoretic value , the computation supply good reference for the choice of crack propagating specimen of propellant.

**Key words:** Abaqus finite element software composite solid propellant mixed mode crack stress intensity factor

## 0 引言

对于推进剂类似的几何非线性材料来说，由于它们模量较小，通常在数量级，在受载过程中就会出现大变形的承载效果。特别是对这类进行含裂纹分析时，更容易由于裂尖的应力集中而出现网格变形扭曲，此时 Abaqus 软件本身不能计算裂尖的应力强度因子。由于围绕裂尖的 J 积分是与路径无关的量，于是我们就可先计算出 J 积分，通过应力强度因子与 J 积分相互关系来计算应力强度因子。

## 1 裂纹面位移法求解应力强度因子

对于 I 型应力强度因子的计算可以直接通过表达式  $K_I = \sqrt{J_E}$  得到，对于 I - II 复合型应力强度因

子的计算，必须先通过裂尖附近裂纹面上位移之间的关系见图 1，计算应力强度因子比  $R$ 。

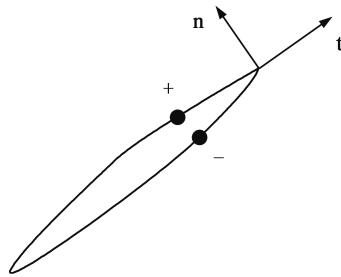


图 1 裂尖形状图

$$R = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{n \cdot (u^+ - u^-)}{t \cdot (u^+ - u^-)} \quad (1)$$

图 1 中，分别代表沿裂纹扩展方向和垂直于裂纹扩展方向矢量， $n$  和  $t$  矢量表示为  $[-\cos\beta \quad \sin\beta]$  和  $[\sin\beta \quad \cos\beta]$  分别对沿裂尖附近的裂纹（不含裂尖）上下表面各取五个点，读取它们的位移值  $u$ ，计算它们的  $u^+$  和  $u^-$  的平均值，代入式 (1) 求得  $R$ 。

由此 I-II 复合型裂纹的 I、II 应力强度因子分别为

$$K_{\text{II}} = \sqrt{\frac{JE}{(1+R^2)(1-v)}} \text{ 和 } K_{\text{I}} = RK_{\text{II}} \quad (2a, b)$$

图 2 平板上有一个倾角为  $\beta$  的裂纹。裂尖 I、II 型裂纹应力强度因子的理论解为  $K_{\text{I}} = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \sqrt{\sec(\frac{\pi a}{2w})} \sin^2(\beta)$ 、 $K_{\text{II}} = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \sqrt{\sec(\frac{\pi a}{2w})} \sin(\beta) \cos(\beta)$ ， $\mu = k_{\text{I}} / K_{\text{II}} = \tan\beta$  表示应力强度因子之比。

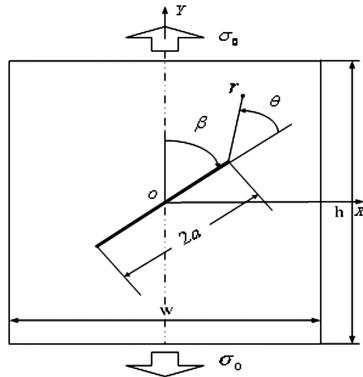


图 2 单轴加载下的 I-II 复合型裂纹

## 2 裂尖应力强度因子求解结果

由于推进剂材料的颗粒填充材料特性，受载后在钝化裂尖的损伤区内填充颗粒“脱湿”，损伤区内的推进剂变成多孔材料，沿厚度方向的约束几乎不存在。理论和实验 [1, 2] 研究均表明推进剂不存在平

面应变应力强度因子，因此采用建立二维平面应力模型进行计算。通过以上分析，做出合理假设：材料的线弹性断裂力学适用性和处于平面应力状态。

计算中推进剂材料弹性模量和泊松比分别为 4.2MPa 和 0.4995。取图 2 中试件高宽比取两组数值分别为  $h/w=2$  和  $h/w=3$ ，考虑图 2 中的试件的对称性，建立  $1/4$  模型进行计算；Abaqus 计算时采用的是位移加载方式，模型采用的是等参八节点四边形平面应力缩减单元 CPS8R，通过将四边形一条边上的三个节点绑定，在裂尖形成三角形单元，并将相邻边上的节点移至  $1/4$  处，使裂尖具有奇异性。选取了两组试件高宽比  $h/w=2$  和  $h/w=3$ ；同时选取五组裂纹倾斜角和五种裂纹长度共 50 个试件进行计算。计算结果与理论比较所采用的参量为应力强度因子比。不同裂纹倾角和不同裂纹长度下求解得到的应力强度因子比与理论结果比较见表 1、表 2。

表 1  $h/w=2/1$  时不同裂纹倾角和裂纹长度计算与理论的应力强度因子之比

裂纹倾角	$\mu$ 理论值	$a/w=0.1$	$a/w=0.2$	$a/w=0.3$	$a/w=0.4$	$a/w=0.5$
$\beta=\pi/12$	0.2679	0.2375	0.2492	0.2619	0.2595	0.2649
$\beta=\pi/6$	0.5733	0.5642	0.5787	0.5914	0.5965	0.6041
$\beta=\pi/4$	1	0.9850	0.9971	1.0143	1.0354	1.0435
$\beta=\pi/3$	1.732	1.6929	1.7079	1.7376	1.7671	1.8070
$\beta=5\pi/12$	3.7321	3.6198	3.6528	3.7128	3.7913	3.7718

表 2  $h/w=3/1$  时不同裂纹倾角和裂纹长度计算与理论的应力强度因子之比

裂纹倾角	$\mu$ 理论值	$a/w=0.1$	$a/w=0.2$	$a/w=0.3$	$a/w=0.4$	$a/w=0.5$
$\beta=\pi/12$	0.2679	0.2719	0.2825	0.2927	0.3029	0.3087
$\beta=\pi/6$	0.5733	0.5920	0.6077	0.6231	0.6401	0.6522
$\beta=\pi/4$	1	1.0107	1.0241	1.0390	1.0622	1.0867
$\beta=\pi/3$	1.732	1.7217	1.7421	1.7833	1.8326	1.8954
$\beta=5\pi/12$	3.7321	3.5973	3.6157	3.6964	3.7994	3.9339

为了更直观的分析理论与计算所的应力强度比之间的差异，将不同表 1、表 2 中的数据变化规律直观的用图 3、图 4 表示出来。

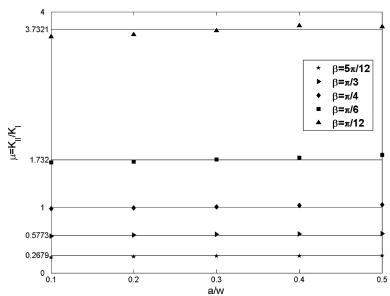


图 3  $h/w=2/1$  对应不同裂纹倾角复合型裂纹试件复合比与理论的比较

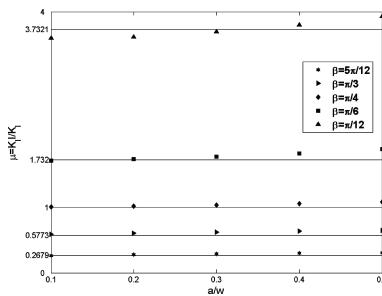


图 4  $h/w=2/1$  对应复合型裂纹试件复合比随裂纹倾角的变化规律

图 3、图 4 看出应力强度因子之比不仅与裂纹倾斜角有直接关系 ( $\mu=K_1/K_{II}=\tan\beta$ )，对表 1 和表 2 的分析得到，随着裂纹倾角的增大，有限元计算与理论结果之间的差异大体呈减小的趋势；而且与裂纹

长度有关，对图 4、图 5 的分析可以看出应力强度因子之比随裂纹长度增加而增大。当裂纹长度较小时，应力强度因子之比小于理论值，随着裂纹长度的增大应力强度因子在  $a/w=0.3$  左右逐渐逼近理论值，随后应力强度因子之比大于理论值，但两者之间的最大误差为 13.06%，出现在  $h/w=3/1$ ,  $a/w=0.5$  处。

表 1、表 2 和图 3、图 4 的分析表明可以采用本文中所采用的裂纹面位移法对复合型裂纹的应力强度因子进行计算，采用应力强度因子作为参量来进行比较，发现在裂纹倾角较大和  $a/w=0.3$  左右时计算结果相对于理论值较准确，可以为推进剂裂纹扩展试件设计提供参考。

## 4 结论

对于推进剂这种模量较小已出现承载大变形之类材料的应力强度因子，本文采用裂纹面位移法进行了推进剂应力强度因子的求解，采用应力强度因子这个参量与理论结果进行了比较。随裂纹倾斜角的增大，计算理论之间的差别减小；应力强度因子之比随裂纹长度的增加而增大，在  $a/w=0.3$  左右两者相互差距很小，裂纹两者之间的最大误差为 13.06%，出现在

$h/w=3/1$ ,  $a/w=0.5$  处。以上的计算可以为进行推进剂 I - II 复合型裂纹扩展试件尺寸选择提供一定的参考。

## 参考文献

1. C. T. Liu, Investigating Near-Tip Damage and Crack Growth Behavior in a Solid Propellant, ADA410276.
2. C. T. Liu, T. Miller, Influence of Near Tip Damage on the Initiation Fracture Toughness of a Particulate Composite, ADA408416.
3. Abaqus Version 6.7 documentation, 2007.
4. Fracture Mechanics with Abaqus, Abaqus 培训教材
5. 石亦平, 周玉蓉, Abaqus 有限元分析实例详解, 机械工业出版社, 2006